

**Муниципальное бюджетное образовательное учреждение  
дополнительного образования  
муниципального образования город Краснодар  
«Центр творческого развития «ЦЕНТРАЛЬНЫЙ»**

**МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА**

**«Математика на шахматной доске: из опыта работы  
объединения «Повелители числителя»**

**Авторы-составители:  
Касьян Карен Рафаэлович,  
педагог дополнительного образования**

**Краснодар, 2023**

## **Аннотация**

Касьян К.Р., методическая разработка «Математика на шахматной доске: из опыта работы объединения «Повелители числителя», МБОУ ДО «ЦТР «Центральный», г. Краснодар, 2023 г., 24 с.

Методическая разработка адресована педагогам дополнительного образования, реализующим дополнительные общеобразовательные общеразвивающие программы по дисциплине «математика», а также учителям общеобразовательных учреждений.

Методическая разработка направлена на демонстрацию возможностей использования модели шахмат на занятиях по математике. В разработке содержится практический материал, основанный на педагогическом опыте автора. Данный материал апробирован в детском объединении «Повелители числителя».

## Оглавление

Введение .....	4
Координатная система на шахматной доске.....	5
Алгебраические концепции в шахматах .....	8
Теория игр в шахматах.....	10
Математические задачи и головоломки на шахматной доске. ....	13
Маршруты .....	13
Буквы из шахматной доски. ....	15
Разбиения шахматной доски .....	16
Правило квадрата .....	18
Задача о восьми ферзях.....	20
Обход доски конем.....	22
Список используемой литературы.....	24

## **Введение**

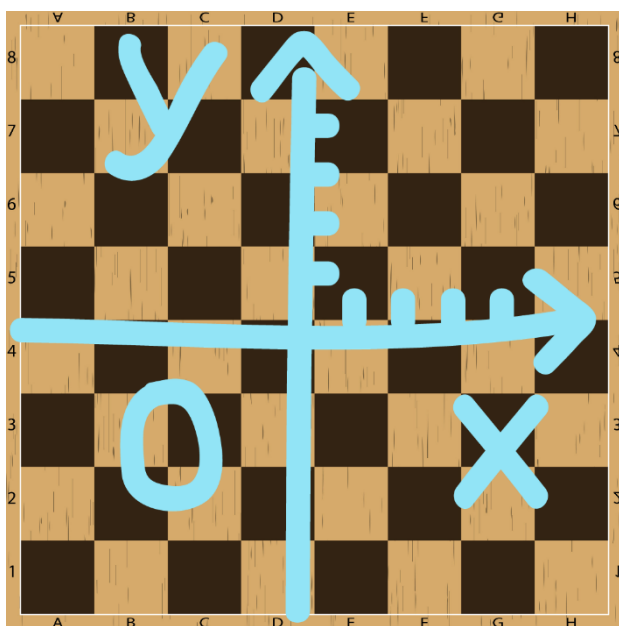
Шахматы, считающиеся одной из самых увлекательных и интеллектуальных настольных игр, обладают уникальным сочетанием стратегии, тактики и, конечно же, математики. Эта древняя игра не только предоставляет нам возможность развивать стратегическое мышление, но и привносит в наш мир интересные математические концепции.

Шахматная доска сама по себе представляет собой увлекательное математическое пространство. В этой работе мы погрузимся в мир математики на шахматной доске, рассмотрим ее координатную систему, геометрию движения фигур, а также освоим теоретические концепции, лежащие в основе стратегии и тактики в шахматах.

Мы также проанализируем влияние математики на различные аспекты шахмат, включая теорию игр и использование компьютерных алгоритмов. Погружение в математику шахмат не только расширит наше понимание игры, но и подчеркнет важность математического мышления в контексте стратегических решений.

Таким образом, данная работа посвящена описанию математических аспектов шахмат, приоткрывая завесу тайны над тем, как математика тесно переплетается с этой древней игрой.

## Координатная система на шахматной доске



Шахматная доска, с ее 64 клетками, подобно декартовой системе координат, создает пространство для точного и однозначного определения положения фигур. При этом горизонтальные линии доски, представленные цифрами от 1 до 8, играют роль оси Y, в то время как вертикальные линии, обозначенные

буквами от «a» до «h», представляют ось X.

Это структурное сходство позволяет однозначно идентифицировать каждую клетку. Когда мы говорим о клетке «e4», например, мы указываем на пересечение пятой горизонтальной линии («e») и четвертой вертикальной линии («4»). Эта аналогия с декартовой системой координат обеспечивает не только удобство в записи партий, но и предоставляет шахматистам математический язык для анализа и обсуждения своих игр.

Такое схожее строение также открывает возможности для применения математических концепций в шахматной стратегии. Например, при анализе открытых или закрытых позиций, игроки могут использовать аналогии с графиками в математике для лучшего понимания динамики партии.

Это сочетание математических аспектов и шахматной стратегии делает шахматы увлекательным полем исследований для тех, кто интересуется математикой и интеллектуальными играми.

## Геометрия на шахматной доске

Шахматы не только предоставляют стратегическое удовольствие, но и являются увлекательной площадкой для изучения геометрии движения различных фигур.

**Пешка:** движется вперед на одну клетку, но первый ход может сдвинуться на две клетки. Взятие осуществляется по диагонали.

**Ладья:** движется по вертикали или горизонтали на любое число клеток. Ее движение напоминает линейные функции в математике.

**Слон:** движется по диагонали на любое число клеток. Напоминает функции с постоянным наклоном в математической геометрии.

**Конь:** совершает "букву Г" - движется две клетки в одном направлении и затем одну клетку перпендикулярно первому движению. Его движение сложно описать линейными функциями, что придает ему уникальные характеристики.

**Ферзь:** сочетает движение ладьи и слона, перемещаясь по вертикали, горизонтали и диагонали.

**Король:** движется на одну клетку в любом направлении. Его движение ограничено, что делает его центром внимания в концовке партии.

Этот аспект шахмат дает возможность применять геометрические и математические принципы для предвидения и планирования ходов. Понимание геометрии на доске помогает игрокам лучше контролировать пространство, разрабатывать стратегии и предвосхищать действия противника, что является ключевым элементом успешной игры в шахматы. Способность применять геометрические и математические принципы для

предвидения и планирования ходов. Понимание геометрии на доске помогает игрокам лучше контролировать пространство, разрабатывать стратегии и предвосхищать действия противника, что является ключевым элементом успешной игры в шахматы.

Теперь рассмотрим любопытное шахматное доказательство теоремы Пифагора. Данное доказательство очень красочно, живо и понятно доказывает, что «пифагоровы штаны во все стороны равны».

Нарисуем на доске квадрат, в результате чего она разбивается на пять частей: сам квадрат и четыре одинаковых прямоугольных треугольника (рис.3). А теперь взглянем на рисунок 4.

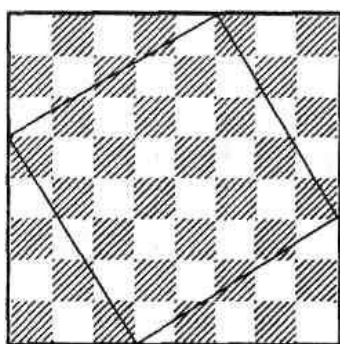


Рис 3

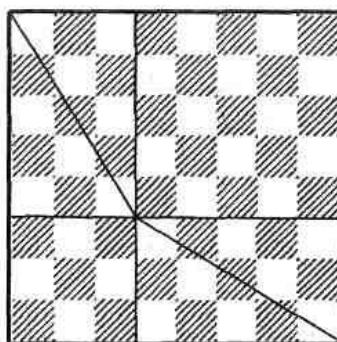


Рис 4

Перед нами те же четыре треугольника, а вместо одного большого квадрата два квадрата меньших размеров. Треугольники на обоих рисунках имеют равную площадь, значит, равная площадь и у оставшихся частей доски: сверху один квадрат, снизу — два. Поскольку большой квадрат построен на гипотенузе прямоугольного треугольника, а маленькие — на его катетах, делаем вывод, что квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов. Теорема Пифагора доказана.

## Алгебраические концепции в шахматах

Возможности использования шахмат как модели для изучения математики оказываются удивительно богатыми. Алгебраические концепции, присутствующие в шахматах, не только обогащают игровой опыт, но также могут служить эффективным инструментом для математических задач и исследований.

XXX-юбилейный шахматный чемпионат СССР  
ПАРТИЯ № 43  
г. Ереван 27. XI 1962 г. V тур  
Белые: Новопашин Черные: Коц

№№ ходов	Белые	Черные	№№ ходов	Белые	Черные
1	e4	c5	21	h4d1	h6
2	k-f3	d6	22	ke2j	l:d2
3	d4	cd	23	l:d2	c:b6
4	k:d4	k:f6	24	h5	kpg7
5	k:c3	g6	25	hg	fp:g6
6	ce3	eg7	26	kf4+	kpk7
7	f3	k:c6	27	k:h5	ce7
8	fd2	o-o	28	cb6	e5
9	cc4	kd7	29	lds	f6
10	h4	k:b6	30	cd8	c:d8
11	cd5	kas	31	l:d8	kpg6
12	pe2	e6	32	g4	c:g4
13	cb3	ds	33	l:d8	c:h5
14	ed	k:b3	34	kg8+	kpf4
15	ab	k:d5	35	kg3	kpf4
16	k:d5	q:d5	36	kh3	c:g3
17	o-o-o	pas	37	l:h6	f5
18	k:b1	ab	38	k:c1	k:e3
19	q:h2	q:d2	39	cy	h4
20	l:d2	ld8	40	lh7	g2

Алгебраическая нотация в шахматах представляет собой четкий и формализованный язык, который может быть использован в математических контекстах. Эта система записи ходов, с использованием букв и цифр, подобно координатной системе, может служить прекрасным средством для математического моделирования и анализа.

Понятия «шах» и «мат» не только стратегически важны в шахматах, но также представляют интерес с математической точки зрения. Введение символов «+» и «#» может быть использовано для создания абстрактных математических задач, где ставится цель достижения «мата» в различных условиях.

Использование координатной системы шахматной доски может стать прекрасным инструментом для графического моделирования математических концепций. Фигуры, движущиеся по клеткам, могут иллюстрировать геометрические и алгебраические идеи, создавая интригующие визуализации.



Шахматы способствуют развитию логического мышления и умения проводить анализ. Эти навыки могут быть применены в математических задачах, где требуется абстрактное мышление, логика и последовательное рассуждение.

Использование шахмат в качестве модели для математических исследований открывает новые перспективы для преподавания и обучения математике. Это не только увлекательный способ подхода к математике, но и мощный инструмент для развития абстрактного мышления и математической интуиции. Шахматы предоставляют уникальную платформу, где математика становится неотъемлемой частью стратегического мышления и интеллектуальных вызовов.

## Теория игр в шахматах



В теории игр шахматы рассматриваются как пример игры с нулевой суммой, где выигрыш одного игрока сопряжен с проигрышем другого. Эта концепция придает игре баланс и стратегическую глубину. Игроки,

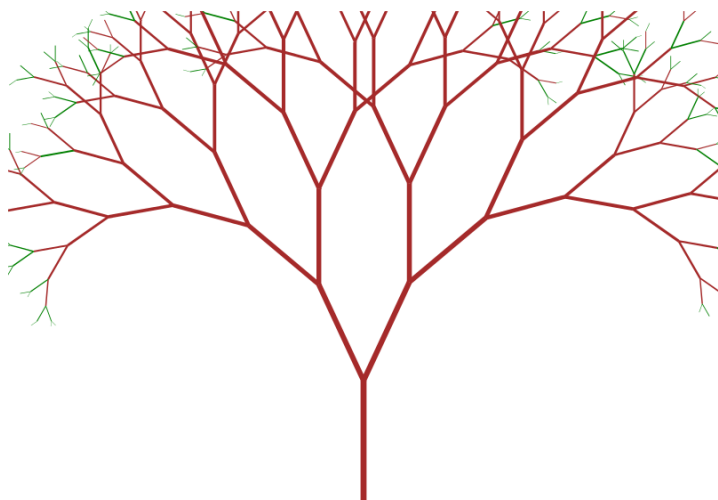
используя теорию игр, анализируют возможные ходы противника, формируя оптимальные стратегии для достижения максимального выигрыша.

Оценка выигрышей и потерь при каждом ходе становится важной частью стратегии в шахматах. Теория игр помогает игрокам эффективно управлять ресурсами, оценивая, когда стоит рисковать, а когда лучше избегать потерь. Это дает возможность сбалансированного и рационального подхода к принятию решений в игре.

Идея равновесия, связанная с теорией игр, проявляется в моментах, когда каждый игрок выбирает стратегию, учитывая выбор противника. В шахматах это может привести к партиям с ничьей, когда обе стороны осознают, что дальнейшие ходы не приведут к изменению результата. Этот аспект игры придает ей уникальность и интеллектуальный характер.

Теория игр становится основой для применения высокоуровневых игровых тактик в шахматах. Игроки, овладевшие этой дисциплиной, способны предсказывать и реагировать на действия противника, формируя свои стратегии в соответствии с логикой и математическими моделями. Шахматы, таким образом, превращаются в уникальное поле интеллектуальных вызовов, где каждый ход представляет собой стратегическую загадку, решаемую с использованием теории игр.

## Комбинаторика и шахматы



Шахматы, в контексте комбинаторики, представляют собой фундаментальный объект изучения, обладающий огромным числом комбинаторных возможностей. Доска, состоящая из 64 клеток, становится плодородной

почвой для великолепного разнообразия комбинаторных конфигураций и стратегий.

Каждая фигура на доске имеет свои уникальные характеристики, и каждый ход создает новую комбинацию позиций. Это приводит к экспоненциальному увеличению возможных вариантов с каждым последующим ходом. Расчет комбинаторных вариантов становится важным аспектом стратегии, и игроки вынуждены углубляться в детали возможных комбинаций, предвидя развитие партии.

В рамках комбинаторики каждый ход может быть рассмотрен как комбинация начальной и конечной точек. Это предоставляет игрокам огромное поле для креативного использования фигур и разработки уникальных стратегий. Каждая комбинация открывает новые линии атаки, блокировки и защитные тактики.

Кроме того, тактические элементы в шахматах, такие как шах, мат, вилки и связки, добавляют глубину комбинаторному анализу. Игроки вынуждены рассматривать множество тактических сценариев, учитывая возможные комбинации фигур и их воздействие на доске.

Сложность комбинаторики в шахматах привносит элементы гармонии и красоты в игру. Великие партии часто олицетворяют изысканные комбинации, где каждый ход является звеном в интригующей цепочке комбинаторных решений. Таким образом, шахматы становятся не только полем борьбы за территорию на доске, но и уникальным произведением искусства, воплощающим бесконечные комбинаторные возможности.

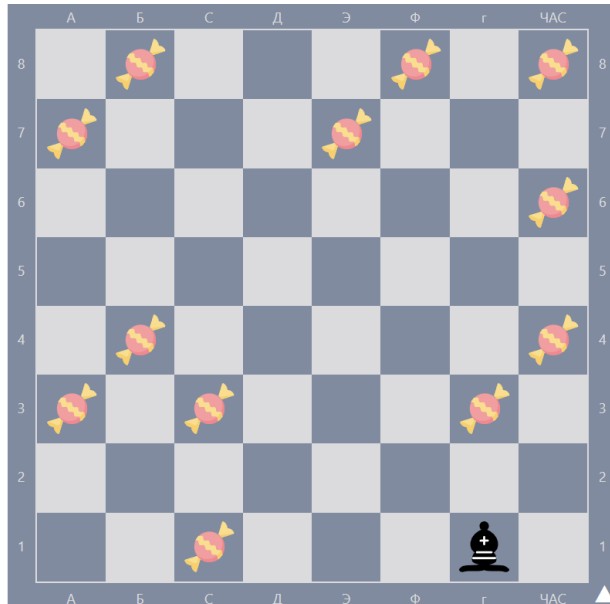
## Математические задачи и головоломки на шахматной доске.

### Маршруты

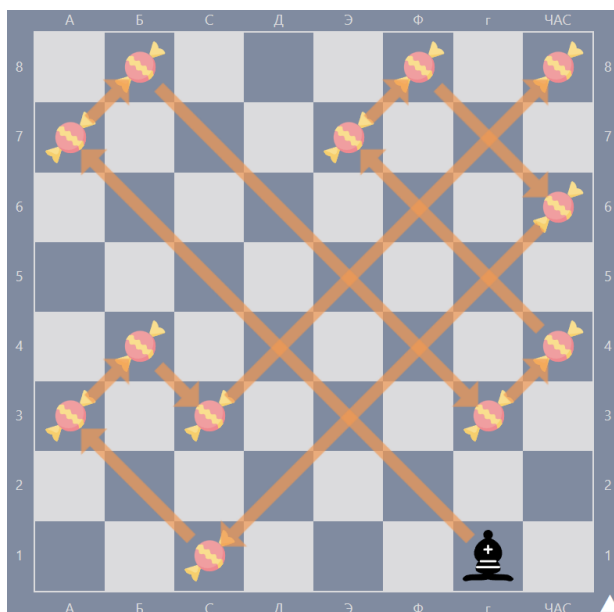


В последнем случае решения нет. Так как при ходе короля выполняется закономерность. Робот ходит с белой на черную и с черной на белую клетку. И если робот и мороженое находятся на клетках одного цвета, то решения не существует.

Срубите все конфеты слоном, как можно быстрее.



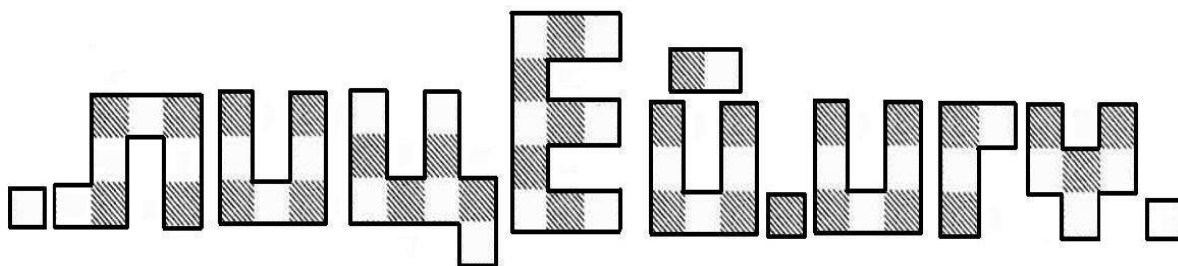
Решение:



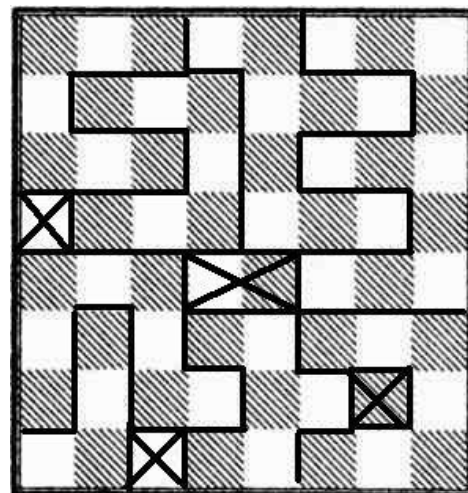
## Буквы из шахматной доски.

«Требуется разрезать стеклянную шахматную доску (8x8) на буквы, из которых удалось бы составить какую-нибудь фразу».

На рисунке видно, как удалось составить фразу ЛИЦЕЙ ИГУ с точками между словами.



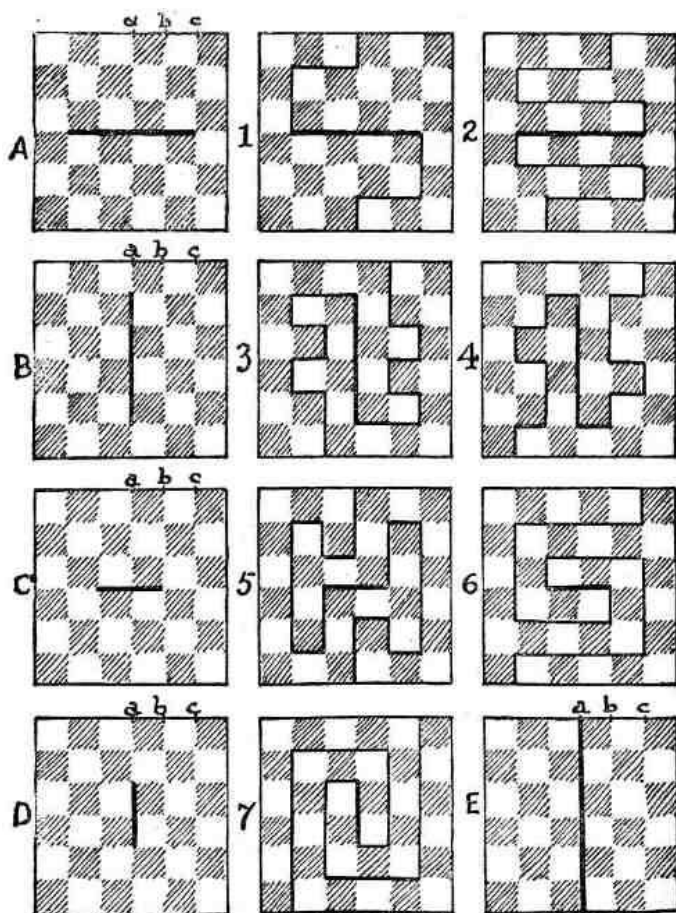
На рисунке изображена сама шахматная доска, где линиями обозначены разрезы, а перекрещивающимися линиями – 3 точки и черта над Й. Хотя идеальное предложение должно было бы содержать лишь одну точку, но мне не удалось его получить.



## Разбиения шахматной доски

«Сколькими различными способами можно разделить шахматную доску на две части одинаковой формы и размеров, если разрезы проводить по границам клеток?»

Данная задача одновременно занимательна и трудна, поэтому мы рассмотрим в упрощенном виде, взяв доску меньших размеров. Очевидно, что доску состоящую из 4 клеток (2x2), можно разделить лишь одним способом (прямой, проходящей через центр), ибо повороты и отображения мы не будем рассматривать как новые решения. В случае доски из 16 клеток (4x4) существует ровно 6 способов.



Теперь возьмем доску большего размера из 36 клеток (6x6), и попытаемся определить число способов в этом случае.

Каждый способ должен включать в себя один из пяти разрезов, показанных на рисунках А, В, С, D и Е. Дабы избежать повторений при поворотах и отображениях, нужно рассматривать лишь те размеры, которые начинаются в точках а, b и с. Но заканчиваться разрез должен в точке, расположенный

на одной проходящей через центр прямой с точкой начала. Это наиболее важное условие, которое следует помнить. В случае В вы не можете начать разрез в точке а, ибо в противном случае вы пришли бы к случаю Е.



Аналогично в случаях С или D вы не должны подходить к ключевой прямой в том же направлении, в каком идет она сама, ибо тогда вы получите случаи А или В. Если вы действуете способом А или С и начинаете разрез в а, то, чтобы не получилось повторений, вы должны рассматривать соединения лишь в одном из концов ключевой прямой. В других случаях вы должны рассматривать соединения в обоих концах ключевой прямой, но, пройдя а в случае D, поворачивайте всегда налево (используя лишь одно направление). На рисунках 1 и 2 приведены примеры для случая А; на рисунках 3 и 4 – для случая В; на рисунках 5 и 6 – для случая С, а рисунок 7 – хороший пример случая D. Разумеется, Е – особый тип, допускающий лишь одно решение, поскольку вполне очевидно, что вы не можете начать разрез в b или с.

Вот итоговая таблица:

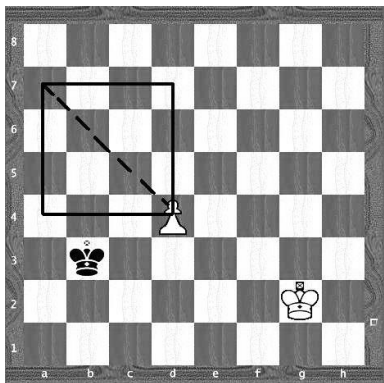
	а	В	С	С пособы
	8	17	21	4
=	+	+	=	6
	0	17	21	3
=	+	+	=	8
	15	31	39	8
=	+	+	=	5
	17	29	39	8
=	+	+	=	5
	1	0	0	1
=	+	+	=	
		<b>94</b>		
	<b>41</b>		<b>120</b>	<b>255</b>

Существует 255 различных способов разрезать доску на две части одинаковых размеров и формы.

## Правило квадрата

Начнем с простейшего правила, которые должны быть знакомы каждому шахматисту. Правило квадрата заключается в следующем: если король находится в квадрате пешки или при своем ходе может в него вступить, он догоняет пешку, если не находится, - не догоняет.

Ниже приведен пример позиции, иллюстрирующей данное правило.



Белый король не участвует в игре, и все зависит от того, успеет ли его черный оппонент догнать пешку d4. Легко оценить позицию при помощи правила квадрата. Достаточно выяснить, может ли король попасть в квадрат пешки, изображенной на диаграмме. Для удобства можно мысленно провести всего одну линию

(на рис проведена пунктиром) – диагональ квадрата.

Черные здесь при своем ходе делают ничью (король попадает в квадрат), а при ходе противника проигрывают.

## *Покрытие шахматной доски костями домино*

Можно ли покрыть костями домино  $2 \times 1$  квадрат  $8 \times 8$ , из которого вырезаны противоположные угловые клетки? (рис. 1).

Можно было бы заняться скучными математическими рассуждениями, но шахматное решение и изящнее, и проще. Окрасим наш урезанный квадрат (на рис. сверху) в

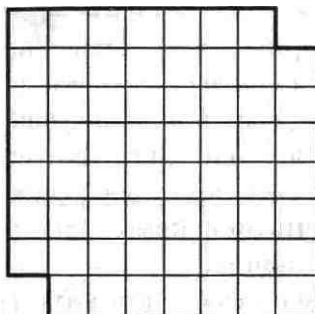


Рис 1

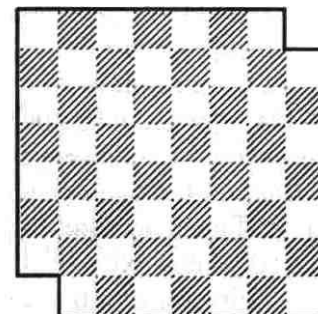


Рис 2

черно-белый цвет, превратив его в шахматную доску без угловых полей a1 и b8 (рис. 2).

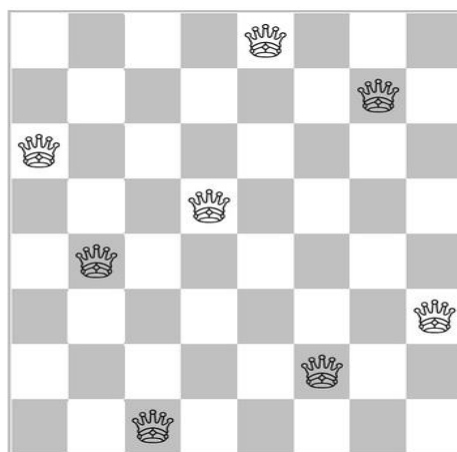
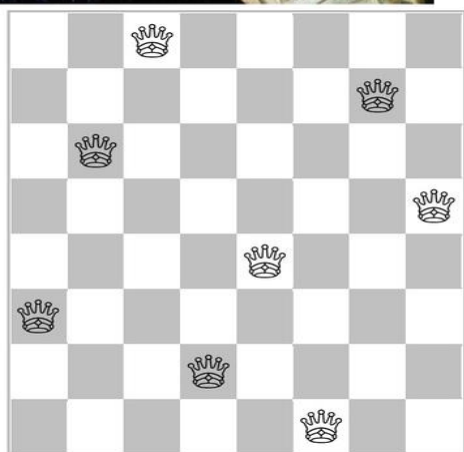
При покрытии доски каждая кость домино занимает одно белое и одно черное поле, и, значит, весь набор костей (в количестве 31 штуки) покрывает одинаковое число белых и черных полей. Но на нашей урезанной доске черных полей на два меньше, чем белых (вырезанные поля черные), и, следовательно, необходимого покрытия не существует! Итак, раскраска доски не только помогает шахматисту ориентироваться во время игры, но и позволяет решать необычные головоломки.

## Задача о восьми ферзях

**Задача о восьми ферзях**, как и задача о ходе коня, является одной из самых знаменитых математических задач на шахматной доске. Если задачей о коне занимался Леонард Эйлер, то задача о ферзях привлекла внимание другого великого математика — Карла Гаусса (1777 – 1855).



Сколькими способами можно расставить на шахматной доске восемь ферзей так, чтобы они не угрожали друг другу, то есть никакие два не стояли на одной вертикали, горизонтали и диагонали?



Найти ту или иную расстановку ферзей, удовлетворяющую условию задачи, не так трудно. Значительно труднее подсчитать общее число существующих расстановок; собственно, в этом и состоит задача о восьми

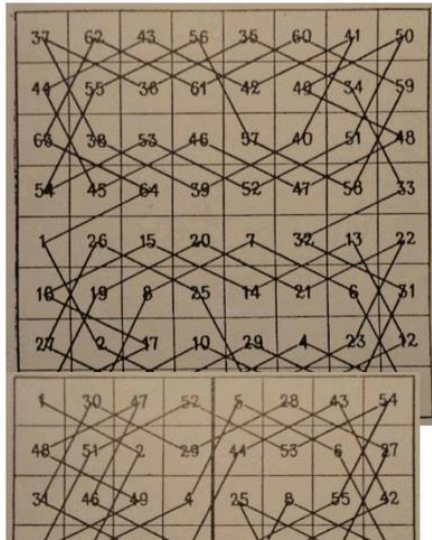
ферзях. Ясно, что как и в случае ладей, больше восьми не атакующих друг друга ферзей на шахматной доске расставить невозможно.

Любопытно, что многие авторы ошибочно приписывают задачу о восьми ферзях и ее решение самому Гауссу. На самом деле первым ее сформулировал в 1848 г. немецкий шахматист М. Беццель. Доктор Ф. Наук (слепой от рождения) нашел 60 решений и опубликовал их в газете «*Illustrierte Zeitung*» от 1 июня 1850 г. Лишь после этого Гаусс увлекся задачей и нашел 72 решения, которые сообщил в письме к своему другу астроному Шумахеру от 2 сентября 1850 г. Полный же набор решений, состоящий из 92 позиций, получил все тот же Ф. Наук (он привел их в упомянутой газете от 21 сентября 1850 г.). Эта хронология установлена известным немецким исследователем математических развлечений В. Аренсом, который в своих книгах немало места уделил рассматриваемой задаче.

Доказательство того, что 92 решения исчерпывают все возможности, было получено лишь в 1874 г. английским математиком Д. Глэшером (при помощи теории определителей).

## Обход доски конем

*Требуется обойти ходом коня все клетки шахматной доски, побывав на каждой из них только один раз.*



Ею занимались многие крупные математики, в том числе Леонард Эйлер (1707 – 1783), посвятивший ей большой труд. Хотя задача была известна и до Эйлера, лишь он впервые обратил внимание на её математическую сущность. Значительно труднее проблема, состоящая не в отыскании определенного маршрута коня по доске, а в нахождении всех маршрутов и подсчете их числа. Увы, эта задача не решена до сих пор, и шансов на успех немного. Известно, правда, что число решений не превосходит число сочетаний из 168 элементов по 63 (оно состоит из ста цифр), но больше 30 миллионов.

**Какой должна быть траектория движения коня при условиях, что:**

- 1) он должен пройти все клетки поля;**
- 2) в каждой клетке он должен побывать ровно один раз.**

**Напомним, что в шахматах конь ходит буквой "Г".**

**Усложнение задачи состоит в увеличении размеров доски.**

## Заключение

В заключении следует подчеркнуть, что шахматы представляют собой не только увлекательную игру, но и отличную модель для обучения математике. Их уникальная способность включать в себя разнообразные математические концепции делает шахматы неотъемлемой частью образования и развития аналитических навыков.

Координатная система на шахматной доске, аналогичная декартовой, является идеальным инструментом для визуализации и понимания алгебраических концепций. Геометрические и комбинаторные аспекты шахмат вносят вклад в формирование пространственного мышления и логического рассуждения.

Шахматы также становятся площадкой для изучения теории игр, внедряя стратегический элемент в математическое обучение. Компьютерные программы, используемые в шахматной подготовке, не только углубляют понимание математических концепций, но и обогащают аналитические навыки обучающихся.

Таким образом, шахматы являются неисчерпаемым источником математических задач и вызовов, способствуя развитию учебных и познавательных навыков. Их роль в образовании подчеркивает важность использования шахмат в качестве инструмента для стимулирования интереса к математике и формирования прочного математического фундамента у обучающихся.

## Список используемой литературы

1. [http://matematiku.ru/index.php?option=com\\_content&task=view&id=2015&Itemid=40](http://matematiku.ru/index.php?option=com_content&task=view&id=2015&Itemid=40)
2. Авербах Ю., Котов А., Юдович М. Шахматная школа. Ростов-на-Д.: Феникс, 2001.
3. Береславский Л.Я., Береславский М.Л. Шахматы. – М.: Астрель: АСТ, 2001. – 240с.
4. Болл У., Коксетер Г. Математические эссе и развлечения. М.: Мир, 1988.
5. Гарднер М. Математические головоломки и развлечения. – М.: Мир, 1971. – 511 с.
6. Гарднер М. Математические новеллы. – М.: Мир, 1974. – 456 с.
7. Гик Е. Интеллектуальные игры. М.: Изд-во Астель, 2002.
8. Гик Е.Я. Шахматы и математика. – М.: Наука, 1983. – 176 с.
9. Дьюдени Э. Кентерберийские головоломки. М.: Мир, 1979.
10. Карпов А., Гик Е. О, шахматы! М.: Гранд, 1997.
11. Карпов А., Гик Е. Шахматный калейдоскоп. М.: Наука, 1984.
12. Математический клуб «Кенгуру», выпуск №17 (8-10 классы). – Санкт-Петербург: Левша. Санкт-Петербург, 2007. – 28 с.